Nom & Prénom : www.dimension-k.com

Devoir surveillé de mathématiques n°1 (sujet porte)

EXERCICE 1

Dériver les fonctions suivantes : $e(x) = -2x^3 + 6x^2 + 90x - 13$

$f(x) = \frac{5}{x} - \frac{7}{x^3} + 1$ $g(x) = \sqrt{2x+3}$ $h(x) = (x^2+1)(5-3x)$ $i(x) = (9x^2-4)^{11}$

EXERCICE 2

Groupe porte : donner les variations de la fonction e et l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 3

EXERCICE 3

Soit (u_n)une suite géométrique de premier terme $u_0 = -5$ et de raison 3

a) Donner une définition par récurrence et une définition en fonction de n de la suite (u_n)
b) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$
c) Déterminer la valeur de $A = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{13}$

EXERCICE 4

Partie A

Une population de bactéries a la propriété de doubler toutes les heures dans des conditions particulières. On suppose que cette capacité de doublement ne dépend pas du nombre initial de bactéries.

Lors d'une expérience, Camille décide d'ajouter, chaque heure, un millier de bactéries du même type.

Elle écrit l'algorithme ci-contre :

```
1  Saisir N
2  H prend la valeur 0
3  V prend la valeur N
4  Tant que V < 10^5
5      H prend la valeur H+1
6      V prend la valeur 2*V +1000
7  Fin Tant que
8  Afficher H
```

1. Etude de l'algorithme
   a. donner les variables à l'entrée et à la sortie du programme, à quoi servent-elles ?
   b. Quand (sous quelle condition) est ce que la boucle s'arrête ? En déduire l'utilité du programme.
   c. À quoi correspondent N et V ?
   A la fin de la ligne 3, N et V sont égaux, est ce que c'est encore vrai à la fin du programme. ?
   d. Qu'afficherait la machine si on prenait N = 1 000 000
   d. Testez l'algorithme pour N = 10 000. En déduire le nombre d'heure pour passer de 10 000 bactéries à plus de 100 000

2. On note V_n le nombre de bactéries à la $n^{\text{ième}}$ heure, n étant un entier naturel. On admet que V_0 = 10 000.

a. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n après avoir souligné la ou les informations pertinentes pour répondre à cette question dans les premières lignes de l'énoncé.

b. La suite (V_n) est-elle géométrique ? Justifier la réponse.

Partie B

Camille recommence l'expérience avec 10 000 bactéries, dans des conditions différentes et sans ajouter de bactéries à chaque heure.

Elle constate que :

– tant que le nombre de bactéries est strictement inférieur à 40 000, le nombre double toutes les heures ;

– à partir de 40 000 bactéries, le nombre augmente seulement de 50 % toutes les heures.

1. Ecrire un morceau d'algorithme pour faire passer le nombre de bactérie initiale à plus de 40 000 (pensez à inclure le compteur)
2. Ecrire un morceau d'algorithme pour faire passer le nombre de bactérie initiale du nombre V précédemment obtenu au-dessus de 10^5

2. Dans ces conditions, au bout de combien d'heures, le nombre de bactéries dépassera-t-il la valeur de 10^5 ?

Adapté à partir du sujet du Baccalauréat STL biotechnologies Polynésie donné le 11 juin 2015

Nom & Prénom : www.dimension-k.com

Devoir surveillé de mathématiques n°1 (sujet ordinateur)

EXERCICE 1

Dériver les fonctions suivantes : $e(x) = -2x^3 + 6x^2 + 90x - 13$

$f(x) = \frac{5}{x} - \frac{7}{x^3} + 1$ $g(x) = \sqrt{2x+3}$ $h(x) = (x^2+1)(5-3x)$ $i(x) = (9x^2-4)^{11}$

EXERCICE 2

Groupe ordinateur : donner les variations de la fonction i et l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse -1

EXERCICE 3

Soit (v_n)une suite géométrique de premier terme $v_0 = -3$ et de raison 0,5

a) Donner une définition par récurrence et une définition en fonction de n de la suite (v_n)
b) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$
c) Déterminer la valeur de $B = v_1 + v_2 + \ldots + v_{15}$

EXERCICE 4

Partie A

Une population de bactéries a la propriété de doubler toutes les heures dans des conditions particulières. On suppose que cette capacité de doublement ne dépend pas du nombre initial de bactéries.

Lors d'une expérience, Camille décide d'ajouter, chaque heure, un millier de bactéries du même type.

Elle écrit l'algorithme ci-contre :

```
1  Saisir N
2  H prend la valeur 0
3  V prend la valeur N
4  Tant que V < 10^5
5      H prend la valeur H+1
6      V prend la valeur 2*V +1000
7  Fin Tant que
8  Afficher H
```

1. Etude de l'algorithme

a. donner les variables à l'entrée et à la sortie du programme, à quoi servent-elles ?
b. Quand (sous quelle condition) est ce que la boucle s'arrête ? En déduire l'utilité du programme.
c. À quoi correspondent N et V ?
A la fin de la ligne 3, N et V sont égaux, est ce que c'est encore vrai à la fin du programme. ?
d. Qu'afficherait la machine si on prenait N = 1 000 000
d. Testez l'algorithme pour N = 10 000. En déduire le nombre d'heure pour passer de 10 000 bactéries à plus de 100 000

2. On note V_n le nombre de bactéries à la $n^{\text{ième}}$ heure, n étant un entier naturel. On admet que V_0 = 10 000.

a. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n après avoir souligné la ou les informations pertinentes pour répondre à cette question dans les premières lignes de l'énoncé.

b. La suite (V_n) est-elle géométrique ? Justifier la réponse.

Partie B

Camille recommence l'expérience avec 10 000 bactéries, dans des conditions différentes et sans ajouter de bactéries à chaque heure.

Elle constate que :

– tant que le nombre de bactéries est strictement inférieur à 40 000, le nombre double toutes les heures ;

– à partir de 40 000 bactéries, le nombre augmente seulement de 50 % toutes les heures.

1. Ecrire un morceau d'algorithme pour faire passer le nombre de bactérie initiale à plus de 40 000 (pensez à inclure le compteur)
2. Ecrire un morceau d'algorithme pour faire passer le nombre de bactérie initiale du nombre V précédemment obtenu au-dessus de 10^5

2. Dans ces conditions, au bout de combien d'heures, le nombre de bactéries dépassera-t-il la valeur de 10^5 ?

Adapté à partir du sujet du Baccalauréat STL biotechnologies Polynésie donné le 11 juin 2015

Nom & Prénom : www.dimension-k.com

EXERCICE 1

Les autorités de santé d'une grande ville s'intéressent aux enfants et aux jeunes adultes atteints d'asthme. En 2011, on a recensé environ 850 nouveaux cas. À partir de 2011, le nombre de nouveaux cas déclarés augmente environ de 2,5 % par an. On désire modéliser la situation par une suite (u_n) de premier terme u_0 = 850. Ainsi, un modélise le nombre de nouveaux cas en (2011+n). Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

1. Calculer le nombre de nouveaux cas en 2012 et en 2013.
2. a. Justifier que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
b. Exprimer u_n en fonction de n.
c. En déduire le nombre de nouveaux cas en 2020.
3. Déterminer à partir de quelle année on dépassera les 1 400 nouveaux cas.
4. On propose l'algorithme suivant

```
Variables : U, S, N
Initialisation : Affecter à U la valeur 850
Affecter à S la valeur U
Affecter à N la valeur 0
Traitement :
Tant que S < 6000
    Affecter à U la valeur U ×1,025
    Affecter à S la valeur S +U
    Affecter à N la valeur N +1
Fin tant que
Sortie :
Afficher N
```

a. Que représente S dans cet algorithme ?
b. Déterminer la valeur finale obtenue pour N avec cet algorithme.
c. Les autorités sanitaires de la ville ont décidé que le seuil d'alerte est atteint pour 6 000 nouveaux cas déclarés depuis 2011. En supposant que le nombre de nouveaux cas évolue de la même manière, déterminer l'année à partir de laquelle cela se produira.

Baccalauréat STL Biotechnologies donné le 18 juin 2015 Antilles-Guyane

EXERCICE 2

Dans un lac de montagne, on a observé qu'une population de poissons diminuait de 6 % tous les ans en raison d'une modification écologique du lac. On s'intéresse au nombre de poissons, n années après la première observation effectuée en 2004, où l'on comptait 3 500 poissons.

La situation peut être modélisée par une suite (u_n) de premier terme u_0 = 3500 , u_n fournissant une estimation du nombre de poissons l'année 2004+n.

1. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
2. On propose l'algorithme suivant :

```
Variables :        U, N
Initialisation :   U prend la valeur 3 500
                   N prend la valeur 0
Traitement :       Tant que U > 2 500
                       U prend la valeur U ×0,94
                       N prend la valeur N+1
                   Fin du tant que
Sortie             Afficher N
```

Déterminer la valeur de N obtenue en faisant fonctionner l'algorithme et interpréter le résultat.

3. En 2010, une association s'est mobilisée pour améliorer les conditions écologiques du lac. Depuis, la population de poissons a augmenté de 4 % chaque année. En 2010, l'association a constaté que le lac contenait 2 400 poissons.
   a. Déterminer le nombre de poissons présents en 2014.
   b. Si cette augmentation se maintient au même rythme, en quelle année la population de poissons observée retrouvera-t-elle la valeur de l'année 2004 ?

Baccalauréat STL Biotechnologies juin 2014 Polynésie

Nom & Prénom : www.dimension-k.com

EXERCICE 1

Les autorités de santé d'une grande ville s'intéressent aux enfants et aux jeunes adultes atteints d'asthme. En 2011, on a recensé environ 850 nouveaux cas. À partir de 2011, le nombre de nouveaux cas déclarés augmente environ de 2,5 % par an. On désire modéliser la situation par une suite (u_n) de premier terme u_0 = 850. Ainsi, un modélise le nombre de nouveaux cas en (2011+n). Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

1. Calculer le nombre de nouveaux cas en 2012 et en 2013.
2. a. Justifier que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
b. Exprimer u_n en fonction de n.
c. En déduire le nombre de nouveaux cas en 2020.
3. Déterminer à partir de quelle année on dépassera les 1 400 nouveaux cas.
4. On propose l'algorithme suivant

```
Variables : U, S, N
Initialisation : Affecter à U la valeur 850
Affecter à S la valeur U
Affecter à N la valeur 0
Traitement :
Tant que S < 6000
    Affecter à U la valeur U ×1,025
    Affecter à S la valeur S +U
    Affecter à N la valeur N +1
Fin tant que
Sortie :
Afficher N
```

a. Que représente S dans cet algorithme ?
b. Déterminer la valeur finale obtenue pour N avec cet algorithme.
c. Les autorités sanitaires de la ville ont décidé que le seuil d'alerte est atteint pour 6 000 nouveaux cas déclarés depuis 2011. En supposant que le nombre de nouveaux cas évolue de la même manière, déterminer l'année à partir de laquelle cela se produira.

Baccalauréat STL Biotechnologies donné le 18 juin 2015 Antilles-Guyane

EXERCICE 2

Dans un lac de montagne, on a observé qu'une population de poissons diminuait de 6 % tous les ans en raison d'une modification écologique du lac. On s'intéresse au nombre de poissons, n années après la première observation effectuée en 2004, où l'on comptait 3 500 poissons.

La situation peut être modélisée par une suite (u_n) de premier terme u_0 = 3500 , u_n fournissant une estimation du nombre de poissons l'année 2004+n.

1. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
2. On propose l'algorithme suivant :

```
Variables :        U, N
Initialisation :   U prend la valeur 3 500
                   N prend la valeur 0
Traitement :       Tant que U > 2 500
                       U prend la valeur U ×0,94
                       N prend la valeur N+1
                   Fin du tant que
Sortie             Afficher N
```

Déterminer la valeur de N obtenue en faisant fonctionner l'algorithme et interpréter le résultat.

3. En 2010, une association s'est mobilisée pour améliorer les conditions écologiques du lac. Depuis, la population de poissons a augmenté de 4 % chaque année. En 2010, l'association a constaté que le lac contenait 2 400 poissons.
   a. Déterminer le nombre de poissons présents en 2014.
   b. Si cette augmentation se maintient au même rythme, en quelle année la population de poissons observée retrouvera-t-elle la valeur de l'année 2004 ?

Baccalauréat STL Biotechnologies juin 2014 Polynésie

Correction Devoir surveillé de mathématiques n°1

EXERCICE 1

$e(x) = -2x^3 + 6x^2 + 90x - 13$ $\quad e'(x) = -6x^2 + 12x + 90$

$f(x) = \frac{5}{x} - \frac{7}{x^3} + 1$ $\quad f'(x) = -\frac{5}{x^2} - 7\frac{-3}{x^4} = -\frac{5}{x^2} + \frac{21}{x^4}$

$g(x) = \sqrt{2x+3}$ je reconnais $u\big(v(x)\big) \to v'(x)u'\big(v(x)\big)$ avec :

$u(x) = \sqrt{x}, v(x) = 2x + 3, u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ et $v'(x) = 2$ donc $g'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+3}}$

$h(x) = (x^2 + 1)(5 - 3x)$ je reconnais $uv \to u'v + uv'$ avec :

$u(x) = x^2 + 1$, $v(x) = 5 - 3x, u'(x) = 2x$ et $v'(x) = -3$

donc $h'(x) = 2x(5 - 3x) + (x^2 + 1)(-3) = 10x - 6x^2 - 3x^2 - 3 = -9x^2 + 10x - 3$

$i(x) = (9x^2 - 4)^{11}$ je reconnais $u\big(v(x)\big) \to v'(x)$ avec :

$u(x) = x^{11}, v(x) = 9x^2 - 4, u'(x) = 11x^{10}$ et $v'(x) = 18x$

donc $i'(x) = 18x \times 11(9x^2 - 4)^{10} = 198x(9x^2 - 4)^{10}$

EXERCICE 2

<u>Groupe porte :</u>

Les variations de e sont données par le signe de $e'(x) = -6x^2 + 12x + 90$, $\Delta = 12^2 - 4(-6)(90) = 2304$

Or $\Delta > 0$ donc deux racines : $x_1 = \frac{-12-\sqrt{2304}}{-12} = 5$ et $x_2 = \frac{-12+\sqrt{2304}}{-12} = -3$, à l'extérieur des racines c'est du signe de a donc négatif, entre les racines la dérivée est positive donc :

Sur $]-\infty; -3]$ décroissant, $[-3; 5]$ croissant, $[5; +\infty[$ c'est décroissant

L'équation de la tangente est donnée par $y = g'(a)(x - a) + g(a)$ donc $y = \frac{1}{3}(x - 3) + 3$ donc $y = \frac{1}{3}x + 2$

<u>Groupe ordinateur :</u>

Etudions le signe de $i'(x) = 198x(9x^2 - 4)^{10}$

10 la puissance de $(9x^2 - 4)$ est paire donc la parenthèse à la puissance 10 sera toujours positive ou nulle, de plus $198x$ est négatif avant 0 et positif après, donc le produit sera négatif avant zéro et positif après, et donc la fonction i sera décroissante jusqu'à zéro et croissante après.

Remarque : Pour les racines de $9x^2 - 4$ je reconnais une identité remarquable, $9x^2 - 4 = (3x - 2)(3x + 2)$ qui s'annulera en $\frac{2}{3}$ et $-\frac{2}{3}$ mais ces zéros n'auront pas d'impact sur les variations.

L'équation de la tangente est donnée par $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ donc $y = 16(x - (-1)) + 3$

donc $y = 16x + 19$

EXERCICE 3

<u>Groupe porte :</u>

a) $\begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, u_n = -5 \times 3^n$

b) Si > 1 , $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$ or $3 > 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 3^n = +\infty$ de plus $-5 < 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

c) Comme notre suite est géométrique de raison 3 on a :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{13} = u_0\frac{1 - 3^{14}}{1 - 3} = -5\frac{1 - 3^{14}}{-2} = -11957420$$

<u>Groupe ordinateur :</u>

a) $\begin{cases} v_0 = -3 \\ v_{n+1} = 0{,}5v_n \end{cases} \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, v_n = -3 \times 0{,}5^n$

b) Si $0 \leq q < 1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ or $0 \leq 0{,}5 < 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 0{,}5^n = +\infty$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$

c) Comme notre suite est géométrique de raison 3 on a :

$$B = v_1 + v_2 + \ldots + v_{15} = v_1\frac{1 - 0{,}5^{15}}{1 - 0{,}5} = -1{,}5\frac{1 - 0{,}5^{14}}{0{,}5} \approx -2{,}9998$$

EXERCICE 4

Partie A

1. Etude de l'algorithme

a. l'entrée est N et la sortie du programme est H

b. la boucle s'arrête quand V dépasse 100 000, donc le programme sert à déterminer le nombre d'heures nécessaires pour que le nombre de bactérie dépasse 100 000.

c. N correspond au nombre initial de bactérie et V au nombre en alors que l'expérience est en court. Le nombre N n'a pas changé à la fin de l'utilisation du programme, par contre le nombre H lui aura augmenté tout du long ils ne seront donc pas égaux.

d. si on prenait N = 1 000 000 , le seuil de 100 000 serait déjà dépassé donc la boucle ne s'enclencherait pas et H resterai égal à zéro

d. Si N = 10 000. V va valoir successivement 10 000, 21 000, 43 000, 87 000, 175 000 et là le programme va afficher le temps écoulé : 4h

2. a. $V_{n+1} = 2V_n + 1000$

b. La suite (V_n) n'est pas géométrique car $V_0 = 10\ 000$, $V_1 = 21\ 000$, $V_2 = 43\ 000$ et donc $\frac{V_2}{V_1} \neq \frac{V_1}{V_0}$ ou encore : on ne passe pas d'un terme au suivant en multipliant par une constante.

Partie B

1. Ecrire un morceau d'algorithme pour faire passer le nombre de bactérie initiale à plus de 40 000 (pensez à inclure le compteur)

   Tant que V<40000

   V prend la valeur 2V

   H prend la valeur H+1

   Fin du tant que

2. Tant que V<10^5

   V prend la valeur 1,5V

   H prend la valeur H+1

   Fin du tant que

2. V prendra successivement les valeurs : 10 000, 20 000, 40 000, 60 000, 90 000, 135 000 il faudra donc 5 heures.