Terminale STI Génie mécanique

Nombres complexes : activité et exercices

Ex 1

Mettre sous forme algébrique les expressions suivantes sachant que z = 2 + 3i et z' = -1 + i

a) z + z' b) 2z – 3z' c) z ×z' d) z'² e) z^3 f) (1 + z) (1 + z')

g) 1/z h) 1/z' i) z/z' j) 1/z² k) (1 + z')/(1-z')

Ex 2

Déterminer $z_0,\ z_1, et\ \ z_2$ éléments de $\mathbb{C}$ tels que :

a) $\frac{z_0+2}{z_0-3} = 2 - 3i$ b) $\begin{cases} 2z_1 + \ \ z_2 = 4 \\ -2iz_1 + z_2 = 0 \end{cases}$

Ex 3

Déterminer les modules et arguments des nombres complexes suivants

(En valeurs exactes) a) $1 - i$ b) $2 + 2\,i$ c) $-1 + i\sqrt{3}$ d) $-2\,i$ e) -3 f) $-\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - isin(\frac{\pi}{6})$

(en valeurs approchées à 10^{-2}) g) $3 + i$ h) $4 - 2i$

Ex 4

Déterminer les parties réelles et imaginaires des complexes tels que :

a) $\rho = 3\ et\ \theta = \frac{\pi}{3}$ b) $\rho = 2\ et\ \theta = -\frac{\pi}{6}$ c) $\rho = 1\ et\ \theta = \frac{7\pi}{3}$ d) $\rho = 4\ et\ \theta = \frac{3\pi}{4}$

Ex 5

En vous inspirant des résultats de l'exercice 3, déterminer les modules et arguments des complexes suivants :

$(2 + 2\,i)/(-1 + i\sqrt{3})$; $1/(-2\,i)$; $(1 - i)(2 + 2\,i)$ $\left(-\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - isin(\frac{\pi}{6})\right)^3$

Ex 6

Soit A, B et C des points d'affixes respectives $2+\frac{7}{2}i$, $5 + \frac{1}{2}i$ et $4+\frac{11}{2}i$

a) déterminer l'affixe de I le milieu de [AB].
b) Faire une figure
c) Calculez l'affixe des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\ et\ \overrightarrow{CB}$
d) En déduire les distances AB, AC et BC
e) Que peut on dire du triangle ABC

Ex 7

$z_A = \sqrt{3} + i, z_B = \sqrt{3} - i\ , z_C = 2\sqrt{3} + 2i\ et\ \ z_D = 2i$

a) Déterminer le module et l'argument de chacun de ces nombres.
b) Dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O ;$\vec{u}$; $\vec{v}$) d'unité graphique 2cm, placer les points A,B,C et D d'affixes respectives : $z_A, z_B\ , z_C\ et\ \ z_D$
c) Montrer que les points O, B,C et D sont sur un même cercle de centre A dont on précisera le rayon.

Activité

Le but de l'activité est de résoudre l'équation az² + bz + c =0 dans $\mathbb{C}$

1) Montrez que l'on peut mettre az² + bz + c sous la forme a((z + A)² - B²) , exprimez A et B² en fonction de a, b et c.
2) Exprimez B² en fonction de Δ
3) Déduisez en les solutions de az² + bz + c =0 (en fonction de a, b et c) quand Δ > 0.
4) Même question quand Δ = 0

Maintenant on se place sous l'hypothèse que $\Delta < 0$,

5) exprimez B en fonction de a, b, c et i *
6) En déduire les solutions az² + bz + c =0

* On peut garder en tête que si z² = -5 alors z = $\pm i\sqrt{5}$ ou encore $\pm i\sqrt{-(-5)}$