Correction Evaluation n°2

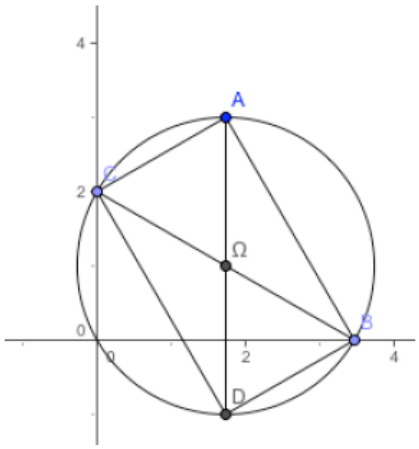
Exercice I

1/

$|z_A| = |\sqrt{3}+3i| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$\begin{cases} \cos\vartheta_A = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2} \\ \sin\vartheta_A = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \qquad \vartheta_A = \frac{\pi}{3}(2\pi)$$

2/



3/ a) $|z_A - z_C| = |\sqrt{3}+i| = 2$, $|z_B - z_A| = |\sqrt{3}-3i| = 2\sqrt{3}$ et $|z_B - z_C| = |2\sqrt{3}-2i| = 4$.

b) $AC^2 + AB^2 = 4+12 = 16 = BC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

4/ a) Ω centre du cercle (C) circonscrit au triangle rectangle ABC donc Ω est le milieu du segment $[BC]$ ainsi $\omega = \dfrac{z_B + z_C}{2} = \sqrt{3}+i$.

b) $R = \dfrac{BC}{2} = 2$

c) $|\omega| = |\sqrt{3}+i| = 2 = O\Omega$ donc le point O appartient au cercle (C)

5/ On considère le point D d'affixe $z_D = \sqrt{3}-i$.

a) $z_I = \dfrac{z_A + z_D}{2} = \sqrt{3}+i = \omega$

b) le quadrilatère ABDC a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc un parallélogramme, de plus il possède un angle droit donc c'est un rectangle.

Exercice II

1/

$z^2 - 4z + 16 = 0$

$\Delta = -48 = (i4\sqrt{3})^2$

$z_A = \dfrac{4+4i\sqrt{3}}{2} = 2+i2\sqrt{3}$

$z_B = \overline{z_A} = 2-i2\sqrt{3}$

Remarques :

Pour prouver que AC² + AB² = BC² on ne peut écrire directement l'égalité, il vaut mieux évaluer le membre de droite, puis celui de gauche et alors conclure.

Attention à la différence entre les points, les vecteurs et leurs affixes respectives : I≠ z_I, AB = $|z_{\overrightarrow{AB}}| = |z_B - z_A|$

Pour les translations (sommes) on préférera l'écriture algébrique, pour les rotations (produits) l'écriture exponentielle.

Attention au modulo, il se note avec des crochets et non des parenthèses : $\theta = \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$ et non $\frac{\pi}{6}\ (2\pi)$ ou $\frac{\pi}{6}\ \{2\pi\}$

Correction Evaluation n°2

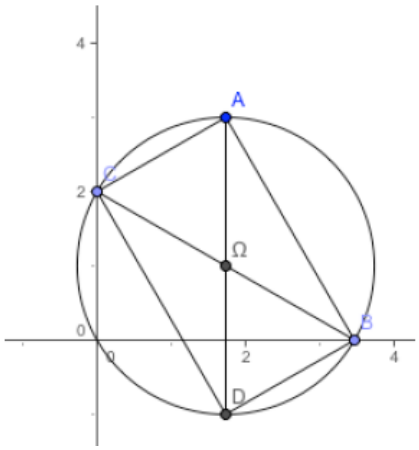
Exercice I

1/

$|z_A| = |\sqrt{3}+3i| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$\begin{cases} \cos\vartheta_A = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2} \\ \sin\vartheta_A = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \qquad \vartheta_A = \frac{\pi}{3}(2\pi)$$

2/



3/ a) $|z_A - z_C| = |\sqrt{3}+i| = 2$, $|z_B - z_A| = |\sqrt{3}-3i| = 2\sqrt{3}$ et $|z_B - z_C| = |2\sqrt{3}-2i| = 4$.

b) $AC^2 + AB^2 = 4+12 = 16 = BC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

4/ a) Ω centre du cercle (C) circonscrit au triangle rectangle ABC donc Ω est le milieu du segment $[BC]$ ainsi $\omega = \dfrac{z_B + z_C}{2} = \sqrt{3}+i$.

b) $R = \dfrac{BC}{2} = 2$

c) $|\omega| = |\sqrt{3}+i| = 2 = O\Omega$ donc le point O appartient au cercle (C)

5/ On considère le point D d'affixe $z_D = \sqrt{3}-i$.

a) $z_I = \dfrac{z_A + z_D}{2} = \sqrt{3}+i = \omega$

b) le quadrilatère ABDC a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc un parallélogramme, de plus il possède un angle droit donc c'est un rectangle.

Exercice II

1/

$z^2 - 4z + 16 = 0$

$\Delta = -48 = (i4\sqrt{3})^2$

$z_A = \dfrac{4+4i\sqrt{3}}{2} = 2+i2\sqrt{3}$

$z_B = \overline{z_A} = 2-i2\sqrt{3}$

Remarques :

Pour prouver que AC² + AB² = BC² on ne peut écrire directement l'égalité, il vaut mieux évaluer le membre de droite, puis celui de gauche et alors conclure.

Attention à la différence entre les points, les vecteurs et leurs affixes respectives : I≠ z_I, AB = $|z_{\overrightarrow{AB}}| = |z_B - z_A|$

Pour les translations (sommes) on préférera l'écriture algébrique, pour les rotations (produits) l'écriture exponentielle.

Attention au modulo, il se note avec des crochets et non des parenthèses : $\theta = \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$ et non $\frac{\pi}{6}\ (2\pi)$ ou $\frac{\pi}{6}\ \{2\pi\}$