**Corrections d'exercices du livre relatifs au chapitre Etude de fonctions**

**TP1 P 141**

1°)

Recherche des images de 0 et 1 par f, je considère l'ordonnée du point de la courbe où x vaut 0 (ou 1)

Ainsi : f(0) = 0 et f(1) = -2

Chercher f'(1) c'est chercher le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1 de celle-ci.

La tangente à la courbe en (1 ;-2) étant horizontale son coefficient directeur sera nul, f'(1) = 0

2°)

a) f'(x)>0 quand f est strictement croissante ce qui arrive sur l'intervalle : ]1 ;2]

f'(x) $\leq$0 quand f est décroissante ce qui arrive sur l'intervalle : [-1 ;1]

3°)

| x | -1 | | 1 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 2 | ↘ | -2 | ↗ | 2 |

4°)

f(x) = ax³+bx+c f(0) = a0³+b0+c = c or on sait que f(0) = 0 donc c = 0

f(1) = a1+b1+c = a + b or on sait que f(1) = -2 donc a + b = -2

f'(x) = 3ax²+b donc f'(1)= 3a1² + b = 3a+b or on sait que f'(1) = 1 donc 3a + b = 0

Ainsi il nous faut résoudre : $\begin{cases} a+b=-2 \\ 3a+b=0 \end{cases}$

$\begin{cases} a+b=-2 \\ 3a+b=0 \end{cases}$ L2-L1-> L2 $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-2 \\ 2a+0=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-2 \\ a+0=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+b=-2 \\ a=1{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3 \\ a=1 \end{cases}$

On a donc f(x) = 1x³-3x

5°)

f(x) = x³-3x=x(x²-3)= x(x²-3) = x(x-$\sqrt{3}$) (x+$\sqrt{3}$)

ça fait trois solution pour l'équation f(x) = 0 dont deux seulement sont dans [-1,2] : 0 et $\sqrt{3}$ (et non pas 1,75 comme on pouvais croire en regardant le graphique)

**TP2 P142**

1°)

f(x) = $8\frac{2x-3}{x^2+4}$ donc f'(x) $= 8\frac{2(x^2+4)-2x(2x-3)}{(x^2+4)^2}$

j'ai utilisé la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu'-v'u}{v^2}$

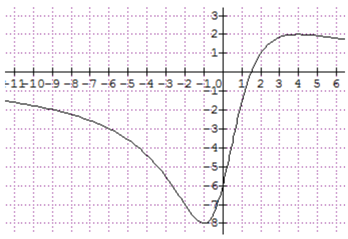
Ainsi f'(x) = $8\frac{2x^2+8-4x^2+6x}{(x^2+4)^2} = 8\frac{-2x^2+8+6x}{(x^2+4)^2} = 16\frac{-x^2+4+3x}{(x^2+4)^2}$

Etude du signe de $-x^2+4+3x$ $\Delta = 9+16 = 25$

Donc x'= $\frac{-3+5}{-2}$ =-1 x'= $\frac{-3-5}{-2} = 4$

Donc f'(x) $=16\frac{-(x-2)(x+0{,}5)}{(x^2+4)^2}$

| x | -11 | | -1 | | 2 | | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x-2 | | - | | - | 0 | + | |
| x+0,5 | | - | 0 | + | | + | |
| (x-2)(x+0,5) | | + | 0 | - | 0 | + | |
| f'(x) | | - | | + | | - | |
| f(x) | -1,6 | ↘ | -8 | ↗ | 4 | ↘ | 1,8 |




2°)

f(0) = $8\frac{0-3}{0+4} = -6$

f(x) = 0 $\Leftrightarrow$ 2x-3 = 0 $\Leftrightarrow$ x = 1,5

donc la courbe coupera les axes en (0 ;-6) et (1,5 ;0)

3°)

| x | -11 | -9 | -7 | -5 | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | -1,6 | -1,97647 | -2,56604 | -3,58621 | -5,53846 | -8 | -1,6 | 1,846154 | 1,931034 |

4°)

a) f(x) = -6 $\Leftrightarrow 8\frac{2x-3}{x^2+4} = -6 \Leftrightarrow 8(2x-3) = -6(x^2+4) \quad \Leftrightarrow 16x-24 = -6x^2-24$

$\Leftrightarrow 6x^2+16x = 0 \quad \Leftrightarrow 2x(3x+8) = 0 \quad \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{-8}{3}$

5°) f(x) $\geq -6$ ⇔ x$\epsilon$[-11;0] U [$\frac{-8}{3}$ ; 6]

**TP3 P 142**

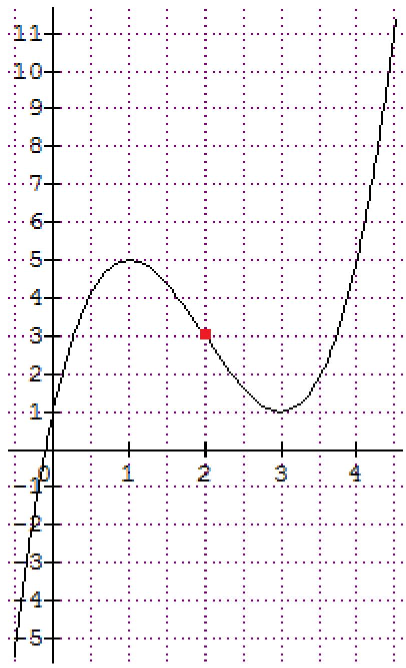
1) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$

$\Delta = 16 - 12 = 4$ donc $x_1 = \frac{4-2}{2} = 1$ et $x_2 = \frac{4+2}{2} = 3$

Donc

| x | -0,5 | | 1 | | 3 | | 4,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | + | | - | | + | |
| f(x) | -5,125 | ↗ | 5 | ↘ | 1 | ↗ | 11,125 |




3) Le point I a pour coordonnées (2 ;3) dans le repère (O,$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) et a pour coordonnées (0 ;0) dans (I,$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$)

Ici le changement de repère retranche 2 aux abscisses et 3 aux ordonnées des coordonnées de tout point.

X = x – 2 donc x = X + 2 de plus Y = y – 3 donc y = Y+3

Pour s'en convaincre ou pour deviner la formule, il suffit de prendre quelques points et de regarder leurs coordonnées dans les deux repères et de deviner la relation entre les deux couples de coordonnées.

y = f(x) donc y = $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

en remplaçant y et x par Y+3 et X+2 on aura :

Y+3 = $(X+2)^3 - 6(X+2)^2 + 9(X+2) + 1$

Y = $X^3 + 6X^2 + 12X + 8 - (6X^2 + 24X + 24) + 9X + 18 + 1 - 3$

Y = $X^3 + 6X^2 + 12X + 8 - 6X^2 - 24X - 24 + 9X + 18 + 1 - 3$

Y = $X^3 - 3X$

F(X) = $X^3 - 3X$ F(-X) = $(-X)^3 - 3(-X) = -X^3 + 3X = -F(X)$

Donc F est impaire

Donc le point tel que X = 0 et Y = 0 est le centre de symétrie de la figure

Ainsi le point tel que x = 2 et y = 3 est le centre de symétrie de la figure

4) f est dérivable sur [-0,5 ;0,5] et sa dérivée est strictement positive, la fonction est strictement croissante sur [-0,5 ;0,5]

Puisque f appartient à l'intervalle [f(-0,5) ; f(0,5) ] , c'est-à-dire [-5,125 ;4,125] l'équation f(x) = 0 admet une unique solution $x_0$sur [-0,5 ;0,5]

A l'aide de la calculatrice on trouve -0,11<$x_0$<-0,10

**TP4 P143**

1)

Considérons la pyramide EFGB, de base EFG et de hauteur correspondante FB.

$V_{EFGB} = \frac{A_{EFG} \times FB}{3} = \frac{\frac{EF \times FG}{2} \times FB}{3} = \frac{1}{6} EF^3 = \frac{1}{6} 4^3 = \frac{32}{3} cm^3$

Ainsi $v = V_{ABCDEGH} = V_{ABCDEFGH} - V_{EFGB} = 4^3 \text{-} \frac{32}{3} = 64 - \frac{32}{3} = \frac{160}{3}$

2)

a) Dans EAB, (IJ) une parallèle à (AB) coupe les côtés [EA] et [EB] respectivement en I et J, donc d'après le théorème de Thalès nous avons les égalités suivantes : $\frac{EI}{EA} = \frac{EJ}{EB} = \frac{IJ}{AB}$ plus particulièrement $\frac{EI}{EA} = \frac{IJ}{AB}$

Application numérique : $\frac{4-x}{4} = \frac{IJ}{4}$ donc IJ = 4-x

Le plan IJKLM étant parallèle à la face ABCD x = IA = LC, en utilisant le même genre de raisonnement on peut prouver que LK = 4-x

b) Si l'on nomme O le point d'intersection de (IJ) et (KL) on a (JO)⊥(OK) et JO = OK = 4 – (4-x) = x

Ainsi $A_{JOK} = \frac{x^2}{2}$ et donc $A_{JOK} = A_{IOLM} - A_{JOK} = 16 - \frac{x^2}{2}$

3)

a) $V(x) = V_{ABCD} - V_{JOKB} = 4 \times 4 \times x - \frac{\frac{x \times x}{2} \times x}{3} = 16x - \frac{x^3}{6} = \frac{96x - x^3}{6}$

b) V'(x)= $\frac{-3x^2+96}{6}$

Etudions le signe de $-3x^2+96$   $-3x^2+96=0 \Leftrightarrow 96 = 3x^2$   $\Leftrightarrow 32 = x^2 \Leftrightarrow x = 4\sqrt{2}$ ou $x = -4\sqrt{2}$

V(x) est donc décroissante pour les x inférieurs à $-4\sqrt{2}$ ou supérieurs à $4\sqrt{2}$ et croissante le reste du temps, seulement notre fonction n'est définie que sur [0 ;4] , intervalle surlequel V'(x) est positif donc V(x) est croissante sur son intervalle de définition.

c)$V(0) = 0cm^3$ et $v$ =V(4) $= \frac{160}{3} \approx 53{,}33cm^3$

V est une fonction croissante sur [0,4] donc elle prendra toutes les valeurs possibles comprises entre 0 et $\frac{160}{3}$ exactement une fois. Donc elle prendra la valeur $\frac{v}{2}$ exactement une fois.

d) en utilisant la calculatrice je trouve que x0 est compris entre 1,7 et 1,8 mm

**42 P 150** sur $D_f$ ,f(x) = $(7x-2)^2$   f'(x) = 2×7×(7x-2) = 96x – 28

**43 P 150** sur $D_f$ ,f(x) = $(-4x+1)^2$   f'(x) = 2×(-4)×(-4x+1) = 32x – 8

**45 P 150** sur $D_f$ ,f(t) $= \frac{-3}{2t+6}$   f'(t) $= \frac{3\times 2}{(2t+6)^2}$

**46 P 150** sur $D_f$ ,f(x) $= \frac{3}{2x-1}$   f'(x) $= \frac{-3\times 2}{(2x-1)^2}$

**47 P 150** sur $D_f$ ,f(x)=2x+3 $- \frac{3}{2x-1}$   f'(x) $= 2 - \frac{-3\times 2}{(2x-1)^2} = 2 + \frac{6}{(2x-1)^2}$

**48 P 150** sur $D_f$ ,f(x)=$x^2 - \frac{3}{x}$   f'(x) $= 2x + \frac{3}{x^2}$

**50 P 150** sur $D_f$ ,f(x)$= \frac{3}{x^2} - \frac{4}{x^3}$   f'(x)$= \frac{-6}{x^3} + \frac{12}{x^4}$

**51 P 150** sur $D_f$ ,f(x)$= \frac{7}{(x+1)^2}$   f'(x)$= \frac{-14}{(x+1)^3}$

**54 P 150** sur $D_f$ ,f(x)$= \frac{4x+3}{2x-1}$   f'(x)$= \frac{4(2x-1)-(4x+3)2}{(2x-1)^2} = \frac{8x-4-8x-6}{(2x-1)^2} = \frac{-10}{(2x-1)^2}$

**56 P 150** sur $D_f$ ,f(x)$= \frac{x^2-2x+3}{x-2}$   f'(x)$= \frac{(2x-2)(x-2)-(x^2-2x+3)1}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-6x+4-x^2+2x-3}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x+1}{(x-2)^2}$

**57 P 150** sur $D_f$ ,f(x)$= \frac{3x^2-1}{x^2-x-2}$   f'(x)$= \frac{(x^2-x-2)6x-(3x^2-1)(2x-1)}{(x^2-x-2)^2} = \frac{6x^3-6x^2-12x-6x^3+3x^2+2x-1}{(x^2-x-2)^2}$
$= \frac{-3x^2-10x-1}{(x^2-x-2)^2}$

**58 P 150** sur $D_f$ ,f(x)$= \frac{2x^2-2x+1}{3x^2-4x+1}$

f'(x)$= \frac{(3x^2-4x+1)(4x-2)-(6x-4)(2x^2-2x+1)}{(3x^2-4x+1)^2} = \frac{12x^3-22x^2+12x-2-(12x^3-20x^2+14x-4)}{(3x^2-4x+1)^2} = \frac{-2x^2-2x+2}{(3x^2-4x+1)^2}$

**Pour les exercices suivant j'utilise les formules :**

$\boldsymbol{(\cos(\omega x+\varphi))' = -\omega \times \sin(\omega x+\varphi)}$ **et** $\boldsymbol{(\sin(\omega x+\varphi))' = \omega \times \cos(\omega x+\varphi)}$

**61 P 151** sur $D_f$ ,f(x)=cos(2x)   f'(x)= -2sin(2x)

**62 P 151** sur $D_f$ ,f(x)=$\sin(2x+\frac{\pi}{4})$   f'(x) = $2\cos(2x+\frac{\pi}{4})$

**63 P 151** sur $D_f$ ,f(x)=1+$\cos^2(x)$   f'(x) = -2sin(x)cos(x)

**64 P 151** sur $D_f$ ,f(x)=$\cos^2(2x)$   f'(x)= -2sin(2x)cos(2x)

**65 P 151** sur $D_f$ ,f(x)=sin²(3x) f'(x)= 2×3cos(3x) ×sin(3x)

**Problème de tangente** **utilisation de la formule : y=f'(a)(x-a) + f(a)**

**66 P151** sur $D_f$ ,f(x)=-3x²+4x-1 f'(x)=-6x+4 y=f'(1)(x-1) + f(1)=-2(x-1) + 0 y=-2x + 2

**67 P151** sur $D_f$ ,f(x)=$-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x$ f'(x) =-x²-x+2 a=2 y=-4(x-2) $-\frac{8}{3}$ y=-4x + $\frac{16}{3}$

**68 P151** sur $D_f$ ,f(x)=$\frac{4x^2}{x^2+1}$ f(2)=3,2 f'(x) $=\frac{(x^2+1)8x-2x4x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{8x^3+8x-8x^3}{(x^2+1)^2}=\frac{8x}{(x^2+1)^2}$ f'(2)=0,64
Donc y = 0,64(x-2)+0,32 y=0,64x+1,6

**69 P151** f'(3,5) = $\frac{y_B-y_D}{x_B-x_D}=\frac{2,5-1,5}{0-3,5}=\frac{-2}{7}$ f'(1) = $\frac{y_E-y_A}{x_E-x_A}$ = -1

**70 P151** sur $D_f$ ,f(x) = $\frac{5x-2a}{x-3}$ f'(x)= $\frac{5(x-3)-(5x-2a)1}{(x-3)^2}=\frac{5x-15-5x+2a}{(x-3)^2}=\frac{-15+2a}{(x-3)^2}$
On veut que la tangent à la courbe au point d'abscisse 2 ait pour coefficient directeur 0,5 donc
On veut que f'(2) valle 0 ⇔ $\frac{-15+2a}{(2-3)^2}=\frac{1}{2}$ ⇔ -15 + 2a = 0,5 ⇔ a = 7,75

**74 P 152**
1)

| x | -6 | | -1 | | 4 | | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | -1 | ↗ | 5 | ↘ | -2 | ↗ | -1 |

2) résolution graphique : f(x) = 0 correspond au abscisses des points d'intersection entre la courbe représentative de f et l'axe des abscisses, ici il y en a deux d'abscisses -3,5 et 2 donc :
f(x) = 0 ⇔ x∈ $\{-3{,}5; 2\}$
Ainsi f est positif sur [-3,5 ;2] et négatif le reste du temps : $[-6;-3{,}5]\cup[2;6]$
3) les solutions de f(x) ≤2 sont les abscisses des points de la courbe étant en-dessous de l'horizontale d'équation y = 2 , ici f(x) ≤2 ⇔ $x\in[-6;-2]\cup[1;6]$

**75 P152**

| x | -3 | | -2 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | -2 | ↘ | -4 | ↗ | 5 | ↘ | 3 |

| x | -3 | | -2 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g_1$ | | + | 0 | - | 0 | + | |

| x | -3 | | -2 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g_2$ | | - | 0 | + | 0 | - | |

| x | -3 | | -1 | | 1 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g_3$ | | - | 0 | + | 0 | - | |

$g_2$ est des 3 fonctions proposée la seule qui pourrait être la dérivée de f(x) , en effet lorsque $g_2$ est négative f(x) est décroissante et lorsque $g_2$ est positive f(x) est croissante.

**80 P 153**

$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{x} = \frac{x}{Rx} + \frac{R}{Rx} = \frac{x+R}{Rx}$ donc $\frac{r}{1} = \frac{Rx}{R+x}$

Ici on pose f(x) = r avec R = 5

Donc f(x)= $\frac{5x}{5+x}$ et donc

f'(x) = $\frac{5(5+x)-5x\times1}{(5+x)^2} = \frac{25}{(5+x)^2}$

Donc f'(x) est positive sur [0 ;10] et donc f est croissante sur cet intervalle


**81 P 153**

a) f(x) = $x^3 - 2x$ f(-x) = $(-x)^3 - 2(-x) = -x^3 + 2x = -(x^3 - 2x) = -f(x)$ impaire

b) f(x) = $x^3 - 2x + 2$ f(-x) = $-x^3 + 2x + 2$ donc $f(x) \neq$ f$(-x)$ $\neq -f(x)$ ni ni

c) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+4}$ $f(-x) = \frac{x^2-1}{x^2+4} = f(x)$ paire

d) $f(x) = \frac{3x}{x^2+4}$ $f(-x) = \frac{-3x}{x^2+4} = -\frac{3x}{x^2+4} = -f(x)$ paire

**85 P154**

Soit Mun point du plan dont les coordonnées sont (x,y) dans le repère (O,$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) ,Dans le repère (O',$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) on notera (X,Y) ses coordonnées,

Y=y et X = x + 1 (ou encore x = X – 1)

$y = \frac{x^2+2x}{2x^2+4x+5}$ donc

$Y = \frac{(X-1)^2+2(X-1)}{2(X-1)^2+4(X-1)+5} = \frac{X^2-2X+1+2X-2}{2X^2-4X+2+4X-4+5} = \frac{X^2-1}{2X^2+3}$

On posera F(X) = Y donc $F(X) = \frac{X^2-1}{2X^2+3}$

$F(-X) = \frac{X^2-1}{2X^2+3} = F(X)$ donc la fonction F est paire, sa courbe représentative admet donc la droite d'équation X=0 comme axe de symétrie et donc x = -1 sera l'axe de symétrie de la courbe C

**86P154**

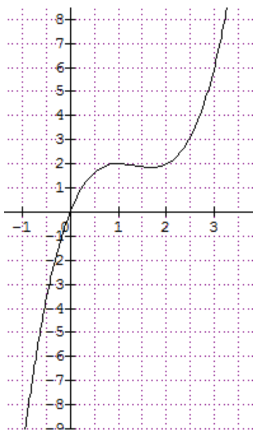
1)

a) f(x) = $x^3 - 4x^2 + 5x$ donc $f'(x) = 3x^2 - 8x + 5$

b) Δ= $64 - 60 = 4$ donc $x_1 = \frac{8-2}{6} = 1$ et $x_2 = \frac{8+2}{6} = \frac{5}{3}$

| x | $-\infty$ | | 1 | | $\frac{5}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | | - | | + | |
| f(x) | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

c)




2)

a) $x^3 - 4x^2 + 5x = 0$

$x(x^2 - 4x + 5) = 0$ Δ= $16 - 20 = -4$

Donc il n'y aura qu'une solution : 0

b) graphiquement ça veut dire que la courbe ne coupera qu'une seule fois l'axe des abscisses, en 0

Exercice 89P155

f(x) = $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5$

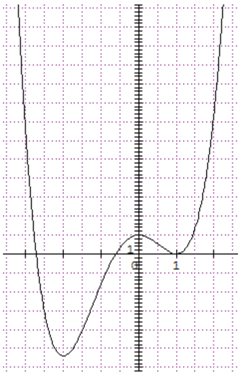
f'(x)= $12x^3 + 12x^2 - 24x = 12x(x^2 + x - 2)$

Δ= $1 + 8 = 9$ donc $x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$

Donc f'(x) = 12x(x+2)(x-1)

| x | $-\infty$ | | -2 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12x | | - | | - | 0 | + | | + | |
| (x+2) | | - | 0 | + | | + | | + | |
| (x-1) | | - | | - | | - | | + | |
| f'(x) | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |
| f(x) | | ↘ | -27 | ↗ | 5 | ↘ | 0 | ↗ | |

| x | -3 | -2,5 | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 32 | -15,3125 | -27 | -20,3125 | -8 | 1,6875 | 5 | 2,6875 | 0 | 6,6875 | 37 | 109,6875 | 248 |



3) graphiquement pour connaître le nombre de solution des équation du type f(x) = p , je compte le nombre de point d'intersection entre la courbe C et les droites d'équation y=p
$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = 10$ a deux solutions
$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = -18$ a deux solutions
$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = 50$ a deux solutions

4)
f(-1) = -8 et f(0) = 5 , 0 ∈ $[-8; 5]$et f est strictement croissante sur [-1 ;0] donc il n'y aura qu'une solution $x_0$ à l'équation f(x) = 0 sur [-1 ;0].
on lit -0,62≤ $x_0$ ≤-0,61
5) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = (x-1)^2(ax^2 + bx + c)$
$(x-1)^2(ax^2 + bx + c)$ $= (x^2 - 2x + 1)(ax^2 + bx + c)$
$= ax^4 + bx^3 + cx^2 - 2ax^3 - 2bx^2 - 2xc + ax^2 + bx + c$
$= ax^4 + (b-2a)x^3 + (c - 2b + a)x^2 + (b - 2c)x + c$
Donc $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = (x-1)^2(ax^2 + bx + c)$
⇔ $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = ax^4 + (b-2a)x^3 + (c - 2b + a)x^2 + (b - 2c)x + c$
⇔$\begin{cases} a = 3 \\ (b-2a)=4 \\ (c-2b+a)=-12 \\ (b-2c)=0 \\ c=5 \end{cases}$ ⇔$\begin{cases} a = 3 \\ (b-6)=4 \\ (c-2b+a)=-12 \\ (b-10)=0 \\ c=5 \end{cases}$ ⇔$\begin{cases} a = 3 \\ b=10 \\ (5-20+3)=-12 \\ b=10 \\ c=5 \end{cases}$
Ainsi :$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = (x-1)^2(3x^2 + 10x + 5)$
Recherchons les solutions de $3x^2 + 10x + 5 = 0$ Δ$= 100 - 60 = 40$
donc $x_1 = \frac{-10-2\sqrt{10}}{6}$ et $x_2 = \frac{-10+2\sqrt{10}}{6}$
les solutions de l'équation $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5 = 0$ seront donc $x_0 = 1$, $x_1 = \frac{-10-2\sqrt{10}}{6}$ et $x_2 = \frac{-10+2\sqrt{10}}{6}$

## Exercice 93 P156

1) f(0)=0 ; f(1) = -2 et f'(1) =0
2) si f(x) = a$x^3$+bx+c alors f(0) = a0+b0+c = c or ici f(0) = 0 donc c = 0
de plus f(1) =a1+b1+c = a+b or f(1) = -2 donc a + b = -2
pour finir f'(x) = 3a$x^2$+b donc f'(1) = 3a + b or f'(1) = 0 donc 3a+b = 0
Ainsi il nous faut résoudre : $\begin{cases} a + b = -2 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$
$\begin{cases} a + b = -2 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$ L2-L1-> L2 ⇔ $\begin{cases} a + b = -2 \\ 2a + 0 = 2 \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} a + b = -2 \\ a + 0 = 1 \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} 1 + b = -2 \\ a = 1{,}5 \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} b = -3 \\ a = 1 \end{cases}$
On a donc f(x) = 1$x^3$-3x

## Exercice 97P156

1) BMN et QDP sont des triangles rectangles identiques car leurs côtés de l'angle droit mesurent x et 3-x Donc ils ont leurs hypoténuses [MN] et [QP]de même mesure. De la même manière on peut prouver que MQ = NP.
MNPQ a donc ses côtés opposés de même mesure donc c'est un parallélogramme.
2) pour trouver l'aire $A(x)$ du parallélogramme je vais retrancher à l'aire du rectangle les aires des quatre triangles rectangles. $A(x) = 4 \times 3 - 2 \times \frac{x(3-x)}{2} - 2 \times \frac{x(4-x)}{2} = 12 - x(3-x) - x(4-x) = 2x^2 - 7x + 12$
3) on pose f(x) = $2x^2 - 7x + 12$ donc f'(x) = 4x-7 donc f' s'annule en 7/4=1,75 et f sera décroissante jusqu'à cette valeur puis croissante. Donc le minimum de f sera atteint en 1,75

## Exercice 106 P160

f(t) = sin (3t) on sait que sin est une fonction $2\pi$ périodique on peut se douter que comme '3t' est 3 fois plus grand que 't' sin (3t) aura une période trois fois plus petite donc $\frac{2\pi}{3}$, mettons notre conjecture à l'épreuve.

$f(t+\frac{2\pi}{3})$ = sin $(3(t+\frac{2\pi}{3}))$= sin $(3t+2\pi)$= sin(3t)= f(t) donc f est bien $\frac{2\pi}{3}$ périodique.

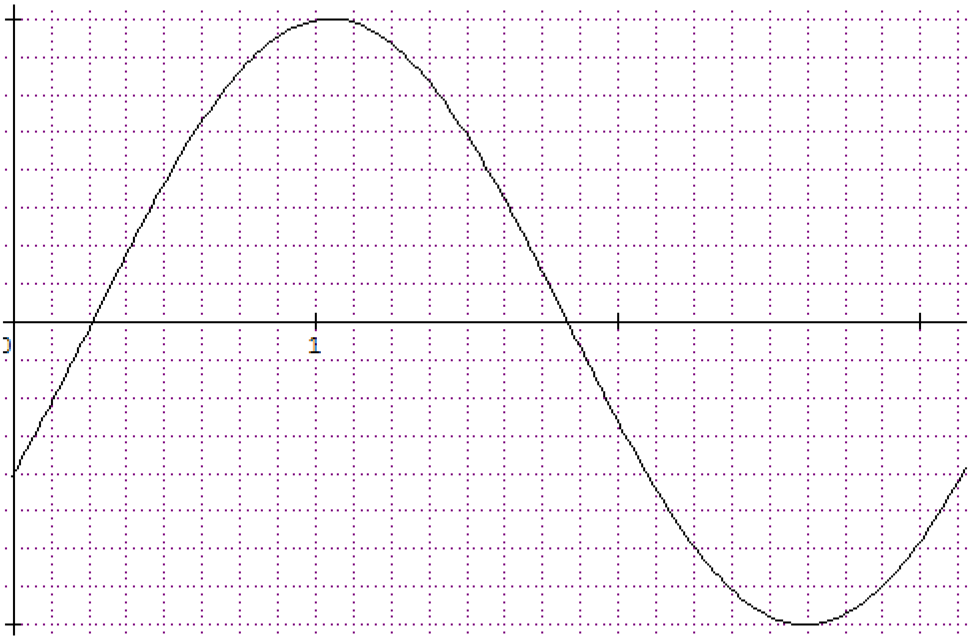
**Exercice 107 P160**

$f(x) = 2\cos(2x+\frac{\pi}{3})$ comme 2x est 2 fois plus grand que x et que cos(x) est $2\pi$ périodique, on peut penser que f est $\frac{2\pi}{2} = \pi$ périodique, vérifions le

$f(x+\pi) = 2\cos(2(x+\pi)+\frac{\pi}{3}) = 2\cos(2x+2\pi)+\frac{\pi}{3}) = 2\cos(2x+\frac{\pi}{3}) = f(x)$

donc la fonction est bien $\pi$ périodique.

**Exercice 113 P160**




2)

$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow \cos(2x-\frac{2\pi}{3}) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow 2x-\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$ ou

$2x-\frac{2\pi}{3} = \frac{-\pi}{4}\ [2\pi]$

$\Leftrightarrow 2x = \frac{11\pi}{12}[2\pi]$ ou $2x = \frac{5\pi}{12}[2\pi]$

$\Leftrightarrow x = \frac{11\pi}{24}[\pi]$ ou $x = \frac{5\pi}{24}[\pi]$

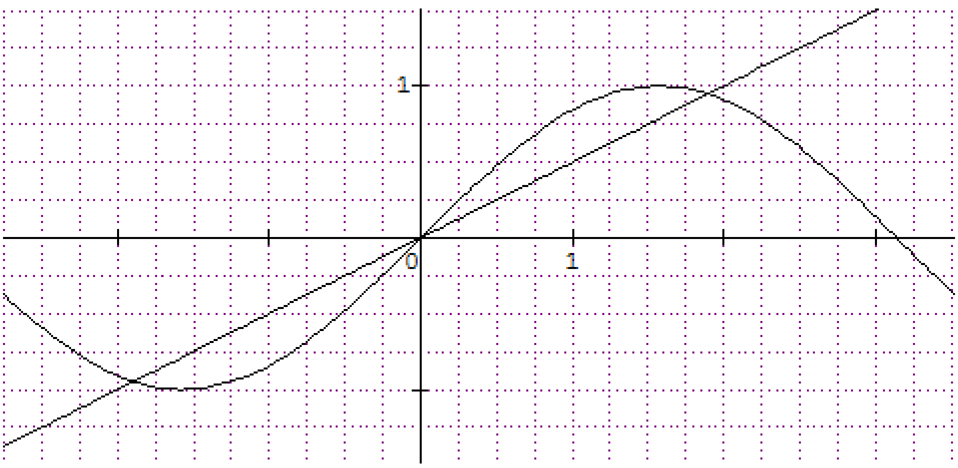
Cherchons les solutions dans $[0;\pi]$

Il y en a deux $\frac{11\pi}{24}$ *et* $\frac{5\pi}{24}$

3)

Visuellement ça se traduit par la courbe représentant f coupe deux fois la droite d'équation $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ aux points d'abscisses $\frac{11\pi}{24}$ *et* $\frac{5\pi}{24}$

**Exercice 114 P161**




1) On voit qu'il y a trois solutions approximativement égales à -1,8 ; 0 et 1,8
2) f(0) = g(0) donc l'équation a une solution évidente 0

On pose h(x) = sin(x) –x/2 , h(-x) = sin(-x) +x/2 = -sin(x)+x/2 = -(sin(x)-x/2) = -h(x)
Donc h est impaire
Si $x_0$ est solution de (E) alors h($x_0$) = 0 comme h est impaire on aura aussi h(-$x_0$)=0 et donc -$x_0$ sera une solution de (E)
c) si x >2 alors x/2 >1 et donc on ne peut avoir de solution audelas de 2 donc les solutions positives sont inférieures ou égales à 2

3a)
h'(x)= cos(x) -1/2 qui sera positive jusqu'à $\frac{\pi}{3}$ puis négative
donc h sera croissante jusqu'à $\frac{\pi}{3}$ ou elle atteindra $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$ puis elle sera décroissante jusqu'à $\pi$ ou elle atteindra $-\frac{\pi}{2}$ donc il n'y aura pas de solution sur ]0 ; $\frac{\pi}{3}$[ et une seule sur $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$
avec la calculatrice on trouve l'encadrement suivant de la solution positive $1{,}89 \leq x_0 \leq 1{,}90$
4) les solutions de l'équation (E) seront donc -$x_0$ ;0 et $x_0$