Nom & Prénom : ………………………………………………………………….. Classe : ……………………. dimension-k.com

Contrôle :
fonctions : parité, dérivées, variations et tangentes

Exercice 1

Soit $f(x) = \sqrt{x^2-9}$, $g(x) = x^3 - 3x$ et $h(x) = x^2 + 2 + \frac{5}{3-x}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de deux des trois fonctions.
2) Pour chacune d'entre elles dire si elle est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre

Exercice 2

Dérivez les fonctions suivantes :

$f(x) = 5x^3 - 33x^2 + 2$ $\qquad$ $g(x) = 3\cos(x) - 4\sin(x)$ $\qquad$ $h(x) = x^2 - 3x + \frac{2}{x} - \frac{7}{x^3}$

$j(x) = \frac{2-3x}{x+2}$ $\qquad$ $k(x) = (x^2 - 3x)^5$

Exercice 3

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ au point A d'abscisses x_A=-1 (bonus pour ceux qui ont fait tous les exercices : au point B d'abscisses x_B=2)

Exercice 4

La tangente à la courbe représentative de la fonction g en M d'abscisse 4 est la droite passant par A(-2 ;5) et B(6 ;1). Determiner f'(4)

Exercice 5

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2-5x+2}{x+3}$ définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$

1) prouver que $f'(x) = \frac{x^2+6x-17}{(x+3)^2}$
2) faire le tableau de variation de la fonction de la fonction

Exercice 6

Complétez la formule suivante : $(f \circ g)' =$………………

Chacune des fonctions suivantes peut être vue comme étant de la forme $f \circ g$ la composition de deux fonctions f et g que vous identifierez, puis vous déterminez f' et g', puis dériverez la fonction composée.

$\boldsymbol{m(x) = \cos(3x)}$ $\qquad$ $f(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g(x) =$ …………………………

$f'(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g'(x) =$ …………………………

Donc $m'(x) =$……………………………………

$\boldsymbol{n(x) = \sin\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)}$ $\qquad$ $f(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g(x) =$ …………………………

$f'(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g'(x) =$ …………………………

Donc $n'(x) =$……………………………………

$\boldsymbol{p(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 30}}$ $\qquad$ $f(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g(x) =$ …………………………

$f'(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g'(x) =$ …………………………

Donc $p'(x) =$……………………………………

<u>Bonus</u>

$\boldsymbol{q(x) = \left(\sin\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)\right)^5}$ $\qquad$ $f(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g(x) =$ …………………………

$f'(x) =$ ………………………… $\qquad$ $g'(x) =$ …………………………

Donc $q'(x) =$……………………………………

Nom & Prénom : ………………………………………………………………. Classe : ……………………. dimension-k.com

Correction

Exercice 1

Soit $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$, $g(x) = x^3 - 3x$ et $h(x) = x^2 + 2 + \frac{5}{3-x}$

1) $D_f =]-\infty; -3] \cup [3; +\infty[$, $D_g = \mathbb{R}$ et $D_h = \mathbb{R} - \{3\}$

$f(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 9} = \sqrt{x^2 - 9} = f(x)$ donc f est paire

$g(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x\ ) = -g(x)$ donc g est impaire

$h(-x) = (-x)^2 + 2 + \frac{5}{3-(-x)} = x^2 + 2 + \frac{5}{3+x}$ donc h(-x) n'est ni égale à h(x) ni à –h(x) elle est donc ni paire ni impaire.

Exercice 2

$f'(x) = 15x^2 - 66x$

$g'(x) = -3\sin(x) - 4\cos(x)$

$h'(x) = 2x - 3 + \frac{-2}{x^2} - \frac{7\times(-3)}{x^4} = 2x - 3 - \frac{2}{x^2} + \frac{21}{x^4}$

$j'(x) = \frac{-5(x+2)-(2-3x)1}{(x+2)^2} = \frac{-5x-10-2+3x}{(x+2)^2} = \frac{-2x-12}{(x+2)^2}$

$k'(x) = 5(2x-3)(x^2-3x)^4$

Exercice 3

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ donc $f(x_A) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + 3 = -1$ et $f(x_B) = 2^3 - 3 \times 2^2 + 3 = -1$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$ donc $f'(x_A) = 3(-1)^2 - 6(-1) = 9$ et $f'(x_B) = 3 \times 2^2 - 6 \times 2 = 0$

Pour la tangente en A d'abscisses x_A=-1 : y=$f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$, y=$9(x+1) + (-1)$ donc y = 9x +8

Pour la tangente en B d'abscisses x_B=2 : y=$f'(x_B)(x - x_B) + f(x_B)$, y=$0(x-2) + (-1)$ donc y = -1

Exercice 4

f'(4)=$\frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \frac{1-5}{6-(-2)} = -0{,}5$

Exercice 5

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2-5x+2}{x+3}$ définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$

$f'(x) = \frac{(2x-5)(x+3)-(x^2-5x+2)1}{(x+3)^2} = \frac{2x^2+6x-5x-15-x^2+5x-2}{(x+3)^2} = \frac{x^2+6x-17}{(x+3)^2}$

faire le tableau de variation de la fonction de la fonction

je dois tout d'abord résoudre $x^2 + 6x - 17 = 0$

$\Delta = 36 + 68 = 104 = \left(2\sqrt{26}\right)^2$

$x_1 = \frac{-6-2\sqrt{26}}{2} = -3 - \sqrt{26}$ $\quad x_2 = \frac{-6-2\sqrt{26}}{2} = -3 + \sqrt{26}$ d'où le tableau ci-dessus.

x		x_1		-3		x_2	
$x^2+6x-17$	+	0	−		−	0	+
$(x+3)^2$	+		+	0	+		+
$f'(x)$	+	0	−	||	−	0	+
$f(x)$	↗		↘	||	↘		↗

Exercice 6

Complétez la formule suivante : $(f \circ g)'(x) = g'(x)\, f'\big(g(x)\big)$.

$\boldsymbol{m(x) = \cos(3x)}$ $\quad f(x) = \cos(x)$ $\quad g(x)$ = 3x $\quad f'(x) = -\sin(x)$ $\quad g'(x)$ = 3

Donc $m'(x) = 3 \times (-\sin(3x)) = -3\sin(3x)$

$\boldsymbol{n(x) = \sin\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)}$ $\quad f(x) = \sin(x)$ $\quad g(x) = -\boldsymbol{2x} + \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{5}}$ $\quad f'(x) = \cos(x)$ $\quad g'(x)$ = -2

Donc $n'(x) = -2\cos\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)$.

$\boldsymbol{p(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 30}}$ $\quad f(x) = \sqrt{x}$ $\quad g(x) = \boldsymbol{x^2 - 5x + 30}$ $\quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad g'(x)$ = 2x-5

Donc $p'(x) = \frac{2x-5}{2\sqrt{\boldsymbol{x^2-5x+30}}}$

$\boldsymbol{q(x) = \left(\sin\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)\right)^5}$ $\quad f(x) = \boldsymbol{x^5}$ $\quad g(x) = \boldsymbol{\sin\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)}$ $\quad f'(x) = 5\boldsymbol{x^4}$ $\quad g'(x) =$

$-2\cos\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)$ $\quad$ Donc $q'(x) = \left(-2\cos\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)\right)^{\mathbf{4}} = \mathbf{16}\cos^4\left(-2x + \frac{\pi}{5}\right)$